Le niveau optimal des fonds propres d'une banque

Hans Neukomm, Direction des études bancaires
et Hans-Jürg Büttler, Direction des études économiques,
Banque nationale suisse, Zurich

Lorsqu'on examine la structure de financement des banques suisses, on constate que leur ratio de fonds propres a baissé considérablement durant les quelque cent dernières années, qu'elles disposent de beaucoup moins de fonds propres que d'autres branches et que la capitalisation diffère sensiblement d'une catégorie de banques à l'autre. Le ratio de fonds propres le plus élevé est celui des banquiers privés, le plus bas, celui des banques Raiffeisen. Il faut donc se demander d'où viennent ces différences.

Le niveau optimal des fonds propres d'une banque est une question intéressante sur le plan théorique. D'après la thèse bien connue de Modigliani et Miller (1958), la structure de financement n'exerce aucun effet sur la valeur d'une entreprise. L'actif du bilan détermine cette valeur, le passif déterminant uniquement les droits à l'actif et au cash-flow que l'actif peut générer. Si la thèse de l'absence d'effets devait s'appliquer également aux banques, la dispersion des ratios de fonds propres que nous avons observée entre les divers lieux et périodes devrait être le fruit du hasard. Or les observations faites infirment nettement cette thèse.

En pratique, le législateur notamment s'intéresse au niveau optimal des fonds propres. Les dispositions relatives aux fonds propres, qui se justifient généralement par la protection des créanciers et du système bancaire, sont un élément essentiel de la réglementation bancaire. Si la thèse de l'absence d'effets formulée par Modigliani et Miller était exacte, le législateur n'aurait aucun scrupule à prescrire aux banques la constitution de fonds propres élevés. Si, contrairement à cette thèse, les banques préfèrent certaines structures de financement, le législateur doit tenir compte, dans ses efforts visant à protéger les créanciers ou le système bancaire, des coûts qu'occasionne l'écart entre le financement prescrit par la loi et le financement optimal.

Le but de cet article est de mieux comprendre l'attrait, pour les particuliers, de la structure du financement bancaire. Les réflexions exposées ici se distinguent de la littérature existante dans la mesure où nous considérons le financement de la banque comme la source de son chiffre d'affaires. C'est ainsi que le contrat de dépôt sert de base à la vente d'une assurance de liquidité. Lorsque les passifs ou une partie de ces derniers, en tant que base du chiffre d'affaires, génèrent des coûts et des revenus, la valeur de l'entreprise ne dépend pas seulement de la structure des actifs, mais également de celle des passifs. Outre cet argument lié à la technique de production, la présente étude montre que la nature spécifique du contrat de dépôt, en particulier la possibilité de retirer les fonds, influence la décision de financement.

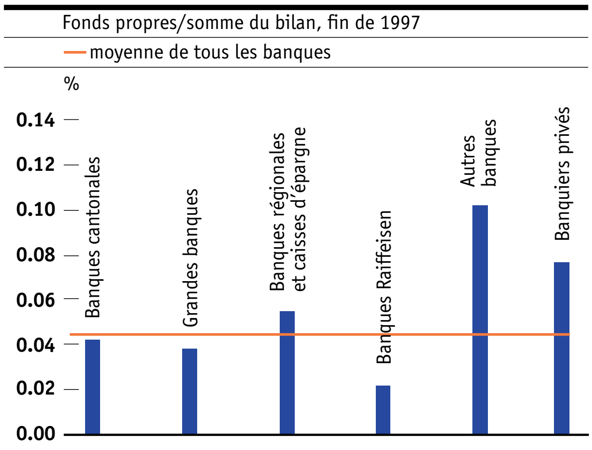
Dans la première partie, nous présenterons, sous forme de faits stylisés, les ratios de fonds propres des banques en les comparant au fil du temps ainsi qu'avec ceux d'autres branches. Dans la deuxième partie, la banque sera décrite comme une assurance contre les manques imprévus de liquidité. C'est sur cette base que nous énoncerons, dans la troisième partie, un modèle décrivant le comportement des banques en matière de fonds propres. Dans la quatrième partie nous présenterons les résultats d'une analyse de sensibilité basée sur notre modèle. La cinquième partie servira de conclusion et montrera comment le modèle contribue à expliquer les faits stylisés.

1 Faits stylisés

Le graphique 1.1 indique les ratios de fonds propres (fonds propres divisés par la somme du bilan) des différentes catégories de banques domiciliées en Suisse. Il montre que ce ratio varie fortement d'un groupe de banques à l'autre. Les ratios de fonds propres des banquiers privés et de la catégorie des autres banques dépassent ceux des grandes banques, des banques cantonales et des banques régionales. Le taux le plus bas est celui des banques Raiffeisen.

Le graphique 1.2 compare le ratio de fonds propres des banques à ceux d'autres branches de l'économie suisse. Il en ressort que les banques disposent

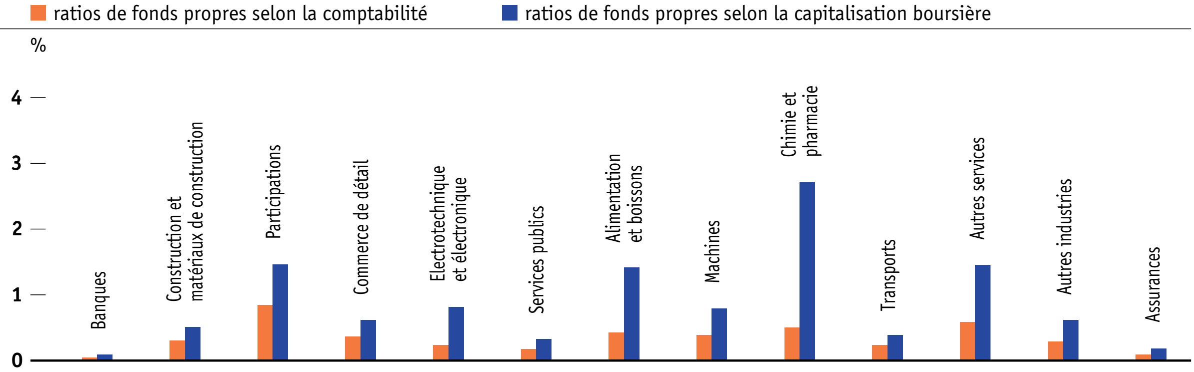
Graphique 1.1



Graphique 1.1: ratios de fonds propres (=fonds propres/somme du bilan) des diverses catégories de banques à la fin de 1997 (valeur comptable)
source: BNS

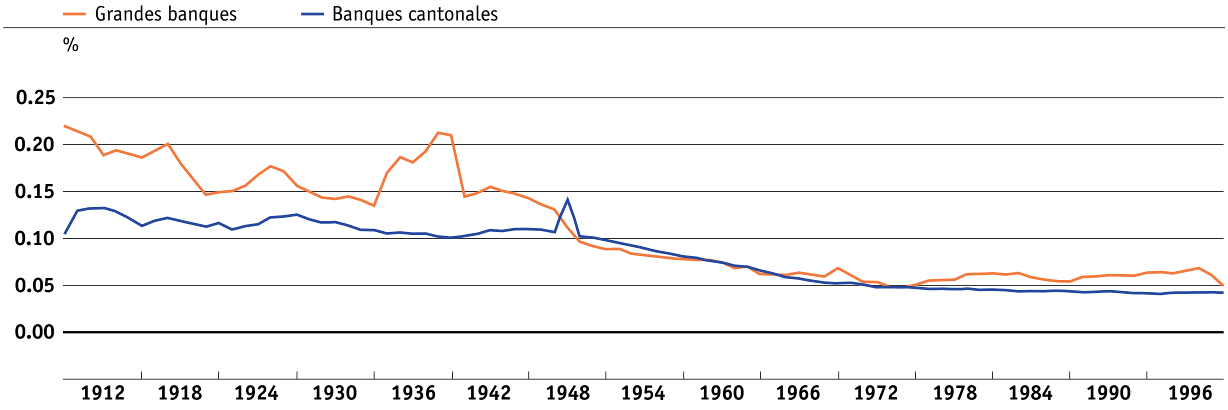
Graphique 1.2

Ratios selon la comptabilité et la capitalisation boursière à la fin de 1996



Graphique 1.3

Total du bilan, 1906–1996



Graphique 1.2: ratios de fonds propres des branches selon la comptabilité et la capitalisation boursière à la fin de 1996
Source: Guide des actions suisses

Graphique 1.3: ratios de fonds propres des grandes banques et des banques cantonales de 1906 à 1996
Source: BNS

de beaucoup moins de fonds propres que les autres secteurs. Cette situation concerne aussi bien les valeurs comptables que les capitalisations boursières, même si ces dernières sont nettement plus élevées. Seules les compagnies d'assurances ont des ratios de fonds propres aussi bas que ceux des banques.

L'évolution des ratios de fonds propres de 1906 à 1996 est présentée au graphique 1.3 pour les grandes banques et les banques cantonales. Dans les deux cas, la part des fonds propres dans le total du bilan a diminué notablement au cours du temps. Si l'on remonte davantage dans le temps, la diminution est encore plus sensible. Dans les premières années après leur fondation au XIXe siècle, les grandes banques travaillaient encore avec des ratios de fonds propres de 60 à 70%. A l'étranger, le comportement des banques est analogue. Kaufman (1991) a constaté par exemple qu'aux Etats-Unis, le ratio de fonds propres moyen des banques était descendu de près de 60% à moins de 10% de 1840 à 1990.

Les trois graphiques nous montrent avant tout que l'évolution des ratios de fonds propres dans le temps et dans l'espace n'est pas le fruit du hasard, ce qui réfute la thèse d'absence d'effets formulée par Modigliani et Miller. Les écarts importants font supposer que les banques attachent de l'importance à la structure de leur bilan.

2 La banque, assurance de liquidité

Le financement d'une entreprise figure au passif de son bilan. A l'actif se trouvent les machines et installations, c'est-à-dire les facteurs de production qui génèrent le chiffre d'affaires de l'entreprise. La thèse de Modigliani et Miller, selon laquelle la valeur d'une entreprise ne dépend pas de sa structure de financement, part de l'idée que seul les comptes de l'actif permettent de générer des produits.

Or Baltensperger et Milde (1987) ont montré que, dans le cas d'une banque, le passif n'est pas un simple moyen de financement, mais qu'il constitue une sorte de facteur de production. Il convient en effet de penser aux services liés au contrat de dépôt. La banque effectue les opérations de paiement du client et tient ses comptes. Ces prestations occasionnent des coûts sous forme de salaires et d'infrastructure; elles génèrent un chiffre d'affaires. La structure de financement d'une banque n'est donc pas indifférente à celle-ci.

Dans cet article, nous nous concentrons sur une seule prestation liée au contrat de dépôt: l'assurance du déposant contre un manque imprévu de liquidité. L'idée de départ, émise par Diamond et Dybvig (1983), est simple. Les entreprises et les ménages ont des recettes et des dépenses irrégulières et partiellement imprévisibles. Il peut en résulter un manque de liquidité dont l'élimination est coûteuse. Les entreprises et les ménages sont donc enclins à détenir soit des espèces, soit des dépôts en banque à vue. Le dépôt en banque a l'avantage de générer un produit plus élevé que les espèces.[1]

Comment la banque fournit-elle ce service et quels effets celui-ci exerce-t-il sur la structure du financement et de la production de la banque? Considérons tout d'abord une assurance traditionnelle. Une telle assurance n'a de raison d'être que s'il y a des assurés peu enclins au risque qui considèrent comme égales l'utilité attendue de leur patrimoine risqué et celle d'un patrimoine restreint, mais plus sûr (équivalent certain). Le patrimoine risqué d'un montant supérieur est menacé de sinistres. La différence entre l'espérance mathématique du capital risqué et son équivalent certain est la raison d'être de l'assurance. Pour cette sécurité, l'assuré paie une prime. Les produits d'une compagnie d'assurances se composent du total des primes et du produit des réserves investies.

Une compagnie d'assurances peut travailler efficacement en diversifiant ses risques grâce à la

1 La prestation d'assurance d'une banque ne se restreint pas au montant d'un dépôt à terme, mais peut comprendre une une éventuelle limite automatique de découvert.

loi des grands nombres. Pour réaliser cette diversification et donc, en cas de sinistre, pouvoir fournir les prestations dues, elle doit encaisser les primes et les placer ainsi que s'occuper des sinistres. Ce travail nécessite des facteurs réels de production tels que du personnel, des immeubles et une infrastructure. Les charges de la compagnie comprennent le coût des facteurs de production et celui des sinistres.

Cette description d'une assurances peut s'appliquer, après quelques modifications, à une banque. Les prestations de la banque peuvent également être considérées comme un équivalent certain. En effet, l'établissement de crédit fournit au déposant une assurance contre des manques inattendus de liquidité et contre les coûts qui pourraient en résulter. A défaut, le déposant virtuel devrait soit liquider rapidement ses placements à long terme soit solliciter un crédit. Dans les deux cas, il en résulterait des frais. Comparés aux coûts de l'assurance traditionnelle, ceux du paiement non assuré, c'est-à-dire sans dépôt bancaire sont relativement bas, mais la pénurie de liquidité survient relativement souvent. De plus, une banque couvre, contrairement à une compagnie d'assurances, des dommages qui ne peuvent pas se vérifier ou seulement moyennant un coût élevé. Un compagnie d'assurances qui voudrait assurer le même risque ne pourrait le faire complètement en raison du problème de l'agence (cf. Haubrich et King, 1990). En outre, la banque ne prélève pas explicitement de prime auprès du déposant, contrairement à la compagnie d'assurances. En contrepartie, le déposant accepte un taux d'intérêt qui, s'il dépasse celui de l'argent au jour le jour, est inférieur à celui de placements comparables mais moins liquides. Dans notre modèle, nous supposerons donc que le taux d'intérêt appliqué aux dépôts est inférieur à celui des placements sans risque.

Le contrat de dépôt permet au déposant de retirer ses fonds à tout moment. La banque risque donc constamment de devoir faire face à une ruée sur ses guichets. Cependant les déposants n'assailliront la banque que s'ils doutent de la solvabilité (rapport entre la valeur des actifs et la valeur nominale de la dette) de cette dernière.

Lorsque les participants du marché savent que la banque est solvable, cette dernière pourra se refinancer sans grosse difficulté sur les marchés financiers d'aujourd'hui, qui sont largement développés et liquides. En revanche, lorsque les participants du marché sont imparfaitement informés de la solvabilité de la banque, ils interpréteront l'illiquidité de la banque (encaisse insuffisante pour rembourser les dettes venues à échéance) comme un indicateur d'insolvabilité. Ainsi, la solvabilité et l'insolvabilité tout comme la liquidité et l'illiquidité sont liées étroitement les unes aux autres et la probabilité que surviennent des problèmes financiers dépend aussi bien de la structure de l'actif que de celle du passif (cf. Neukomm, 1992).

Comme les difficultés financières occasionnent des coûts, la banque s'efforcera de limiter la probabilité de tels problèmes en détenant suffisamment de liquidités et de fonds propres. Elle tentera également d'ouvrir autant de dépôts à ses clients et de leur octroyer autant de crédits que possible, compte tenu des marges obtenues sur le marché et des coûts de production. La relation entre les coûts attendus liés aux problèmes financiers et les revenus des opérations bancaires détermine la structure optimale de l'actif et du passif.

3 La fixation du ratio de fonds propres optimal

Le modèle de Neukomm (1998) nous sert de base pour déterminer le ratio de fonds propres optimal. Büttler (1996) a présenté un modèle analogue. Nous nous limiterons ici à une description aussi simple que possible, une formulation mathématique complète figurant en annexe et dans les deux articles susmentionnés.

3.1 Un bilan bancaire simplifié

Supposons que la banque opère dans un marché concurrentiel sans banque centrale. Elle ne dispose que de deux catégories d'actifs, les liquidités (C) et les crédits (K). Le passif est formé des dépôts (D) et des fonds propres (E). Comme seule la structure du bilan – et non la croissance – nous intéresse, le montant du bilan est normalisé à l'unité. Le bilan forme donc l'équation suivante: $C + K = D + E = 1$. Au début de la période d'observation (au début de la période du modèle), la banque choisit sa structure de l'actif et du passif. Ensuite, elle mène ses affaires pendant une période.

Le choix de C, K, D et E s'effectue compte tenu des facteurs suivants:

1. les crédits et les dépôts subissent des fluctuations accidentelles et sont donc des valeurs stochastiques; la valeur des crédits varie au gré des conditions du marché et influe donc sur la solvabilité de la banque, c'est-à-dire sur le rapport entre actif $(C+K)$ et (D) dépôts; les dépôts affluent et refluent en fonction des besoins de liquidité des déposants, que la banque ne peut ni prévoir ni déterminer; ces transactions modifient la liquidité de la banque, c'est-à-dire le rapport entre les liquidités et les engagements qui arrivent à échéance;

2. le produit des crédits est r_k, alors que le taux d'intérêt des dépôts s'inscrit à r_d. Ces deux taux sont exogènes, car on suppose que l'importance de la banque est négligeable et que l'établissement opère sur un marché concurrentiel; la banque se limite donc à adapter des quantités;

3. l'accroissement des crédits, des dépôts et des liquidités oblige la banque à effectuer des dépenses de facteurs réelles $\varphi(K, D, C)$; dans ce cadre, on supposera que les coûts marginaux par unité de production de crédits sont supérieurs à ceux d'une unité de production de dépôts, alors que ces derniers dépassent ceux d'une unité de production de liquidités; de plus amples informations sur la fonction de production figurent à l'annexe A.1.

Les variations de valeur des crédits, les afflux de fonds dus au versement d'intérêts, les coûts des facteurs de production et les variations du montant des dépôts modifient, au fil du temps, la liquidité et la solvabilité de la banque. A la fin de la période du modèle, on peut dresser un compte de résultats et un nouveau bilan. Le tableau 3.1 résume ces résultats, π représentant le profit (les valeurs de fin de période étant assorties d'un astérisque):

La valeur finale des fonds propres résulte de l'équation du bilan:

$$E^* = C^* + K^* - D^* = K^* - K_x, \qquad (3\text{–}1)$$

où $K_x \equiv (1+r_d)\,D + \varphi\,(K, D, C) - r_k\,K - C.$

K_x indique le niveau des crédits à partir duquel la solvabilité de l'établissement est en péril. La banque n'est solvable que si les crédits se montent au moins à K_x. La solvabilité implique donc que E^* est positif.

3.2 La décision du déposant

Jusqu'à maintenant, nous avons supposé que les déposants n'effectuaient leurs versements et leurs retraits qu'en raison de leur planification personnelle de liquidité (dépôts stochastiques). Or ils retireront également leurs fonds s'ils doutent de la solvabilité de l'établissement. Imaginons que les déposants se fassent une opinion sur la solvabilité de l'établissement en examinant les comptes en fin de période (voir tableau 3.1) et qu'ils décident alors s'ils maintiendront ou retireront leurs fonds. Nous y supposons que les retraits se répercutent uniquement, à ce moment-là, sur le montant des liquidités.

Dans notre modèle, la liquidité ou l'illiquidité de l'établissement n'est déterminée qu'après que les déposants se sont fait une opinion sur la solvabilité de la banque et ont réagi en conséquence. Le montant définitif des dépôts (D^*) est une fraction $(0 \leqq \hbar[K^*] \leqq 1)$ de leur valeur intermédiaire avant la réaction des déposants. Cette valeur intermédiaire est désignée par $\hat{D}$. Il est bon de partir de l'idée que les déposants sont en mesure de déterminer la solva-

Comptabilité de la banque — Tableau 3.1

Bilan		**Compte de résultats**	
Actif	Passif	Charges	Produits
$C^* = C + r_k K - r_d D$	$D^* = D + \Delta D$	$r_d D$	$r_k K$
$- \varphi(K, D, C) + \Delta D$		$\varphi(K, D, C)$	ΔK
$K^* = K + \Delta K$	$E^* = E + \Delta E$	π	
$C^* + K^*$	$D^* + E^*$	$r_d D + \varphi(K, D, C) + \pi$	$r_k K + \Delta K$

bilité d'une banque. Désignons par α ($0 \leqq \alpha \leqq 1$) le degré d'information des déposants à propos de la solvabilité de la banque.

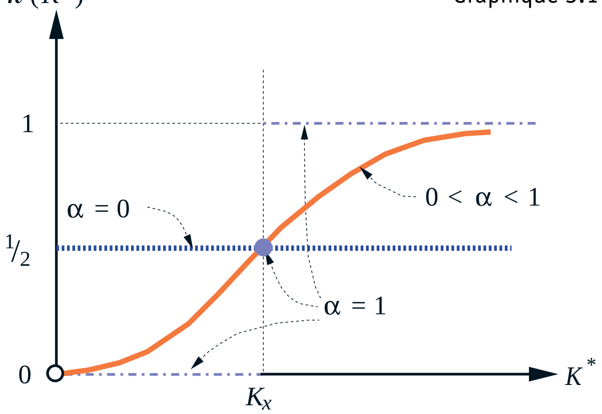
Le graphique 3.1 illustre par une courbe en forme de S le cas normal ($0 < \alpha < 1$), dans lequel le déposant est informé de manière incomplète. L'équation $\alpha = 1$ s'applique au cas où les déposants sont parfaitement informés à propos de la solvabilité de l'établissement. Dans cette situation, le niveau final des dépôts correspond au niveau intermédiaire, pour autant que le montant des crédits dépasse le niveau critique (K_x), que la banque soit donc solvable et que les déposants conservent leurs fonds dans l'établissement. Si le montant des crédits est inférieur au niveau critique, tous les déposants retirent leurs fonds, dont le montant tombe à zéro. Si les crédits ont juste atteint le niveau critique, la moitié des déposants – les pessimistes – retirent leurs fonds, tandis que l'autre moitié – les optimistes – les conservent.

Dans l'autre cas extrême, les déposants ne disposent d'aucune information sur la solvabilité de la banque, si bien que $\alpha = 0$. Une ligne horizontale ininterrompue représente ce cas. Les optimistes conserveront alors leur dépôt en banque, quelle que soit la valeur finale des crédits, alors que les pessimistes retireront leurs fonds, indépendamment aussi de leur opinion sur la solvabilité de l'établissement. Dans tous les cas, les dépôts atteindront 0,5 $\hat{D}$ en fin de période.

Versements dans les quatre situations Tableau 3.2

	solvable et ...		**insolvable et ...**	
	... liquide ($s = 1$)	... illiquide ($s = 2$)	... liquide ($s = 3$)	... illiquide ($s = 4$)
$[A_s]_{\alpha=1}$	$E^* + V_v$	$E^* - S$	0	0
$[A_s]_{\alpha=0}$	$E^* + V_v$	0	$r_k K - r_d D - \varphi(K, D, C)$	0
A_s	$E^* + V_v$	$\alpha(E^* - S)$	$(1-\alpha)\,[r_k K - r_d D - \varphi(K, D, C)]$	0

Graphique 3.1



Graphique 3.1: fonction de réaction des dépôts

3.3 La décision des propriétaires

Les déposants ayant pris leur décision, la banque se trouvera dans une des quatre situations suivantes (s = 1, …, 4), qui résultent des combinaisons solvable/insolvable et liquide/illiquide. La banque est solvable lorsque la valeur des actifs dépasse la valeur nominale des dettes (c'est-à-dire des dépôts) et insolvable dans le cas inverse. Elle est liquide lorsque l'encaisse suffit pour payer les engagements venus à échéance et illiquide dans le cas inverse. On peut en déduire les quatre cas possibles suivants: solvable et liquide (s = 1), solvable et illiquide (s = 2), insolvable et liquide (s = 3) ou insolvable et illiquide (s = 4). Dans chacune des quatre situations, les propriétaires de la banque escomptent un versement (A_s) différent.

Le versement A_s que les propriétaires de la banque encaissent à la fin de la période est supposé être une combinaison linéaire des versements effectués si les déposants sont complètement informés ou ne le sont pas du tout:

$$A_s = \alpha\,[A_s]_{\alpha=1} + (1-\alpha)[A_s]_{\alpha=0},\ s = 1, \ldots, 4. \qquad (3-2)$$

Le tableau 3.2 résume ces possibilités; si la banque est solvable et liquide (s = 1) à la fin de la période, le versement correspond au montant des fonds propres E^*, auquel s'ajoute une prime exogène de confiance V_v. Dans ce cas, le versement ne dépend pas du niveau d'information des déposants. Cette prime se justifie par le fait que la banque, dans un modèle à une période, n'a aucun avantage à poursuivre ses affaires lors d'une période ultérieure.

Si la banque est illiquide et solvable (s = 2) le niveau d'information des déposants joue un rôle. La banque peut reconstituer sa liquidité sur le marché interbancaire dans le cas où les déposants savent que la banque est encore solvable. Toutefois, nous faisons l'hypothèse que la banque sera pénalisée sous la forme de frais fixes S, tels qu'un taux d'avances sur nantissement supérieur aux taux du marché, lorsque la banque a sous-estimé son besoin de liquidité et doit reconstituer très rapidement son encaisse; dans ce cas le versement effectif est $[A_2]_{\alpha=1} = E^* - S$. Lorsque les déposants ignorent si la banque est solvable, le signal de l'illiquidité amènera les déposants à conclure que la banque est insolvable et à se ruer sur ses guichets. Dans ce cas, le versement dépend de la valeur des crédits liquidés K^*_ℓ. Nous supposons que la valeur des crédits liée à la poursuite de l'exploitation est plus élevée que leur valeur de liquidation. Cette supposition se justifie par le fait que la liquidation rapide d'avoirs entraîne souvent de fortes diminutions de valeur. Par conséquent, $K^*_\ell \leqq D^*$ ou $[A_2]_{\alpha=0} = 0$.

Si la banque est insolvable (s = 3, s = 4), le versement est égal à zéro en règle générale (cf. d dans le tableau 3.2). Cependant, on peut s'imaginer que la direction et les propriétaires ont la possibilité, en raison de l'ignorance des déposants, de dédommager ceux-ci en leur versant encore un dividende malgré l'insolvabilité, dans la mesure où le *cash-flow* le permet, c'est-à-dire tant que la banque est encore liquide (s = 3). Dans ce cas le versement est $[A_3]_{\alpha=0} = r_k K - r_d D - \varphi(K, D, C)$. Selon la fonction de réaction $\boldsymbol{h}(\cdot)$, la probabilité que survienne la troisième situation est très faible si les déposants sont bien informés.

Compte tenu des versements possibles, les propriétaires maximiseront le rendement des fonds propres en fixant en début de période la structure de financement, c'est-à-dire C et E ainsi que K et D comme montants résiduels. Nous symbolisons l'opérateur de l'espérance mathématique par $\mathscr{E}$ et spécifions la fonction objectif des propriétaires de la manière suivante:

$$\max_{\{C,\, K,\, D,\, E\}} \mathscr{E}\left\{\frac{A}{E} - 1\right\} = \frac{\mathscr{E}\left\{\sum_{s=1}^{4} A_s(K^*)\right\}}{E} - 1 \qquad (3-3)$$

où:

(1) $C, K, D, E \geqq 0$,
(2) $C + K = D + E = 1$,
(3) $K_x \geqq 0$,
(4) $E^* \geqq S$ pour $s = 2$,
(5) $r_k K - r_d D - \varphi(K, D, C) \geqq 0$ pour $s = 3$,
(6) $r_e \geqq r_0 + \beta_a(r_m - r_0) + \big(r_0 + \beta_a(r_m - r_0) - \mathscr{E}(r_d)\big)\frac{D}{E}$

Les quatre premières contraintes secondaires se comprennent facilement. Les quatre rubriques du bilan doivent être positives (1re contrainte) et le total de l'actif tout comme celui du passif doit être égal à l'unité (2e contrainte). Le montant critique du crédit K_x doit également être positif (3e contrainte).[4] La 4e contrainte secondaire résulte de la limitation de la responsabilité des propriétaires. Si la banque est solvable et illiquide (s = 2), les coûts de pénalité ne doivent pas dépasser le montant des fonds propres. Selon la 5e contrainte, le *cash-flow* que les propriétaires peuvent s'octroyer si la banque est insolvable et liquide (s = 3) doit être positif. Comme la respon-

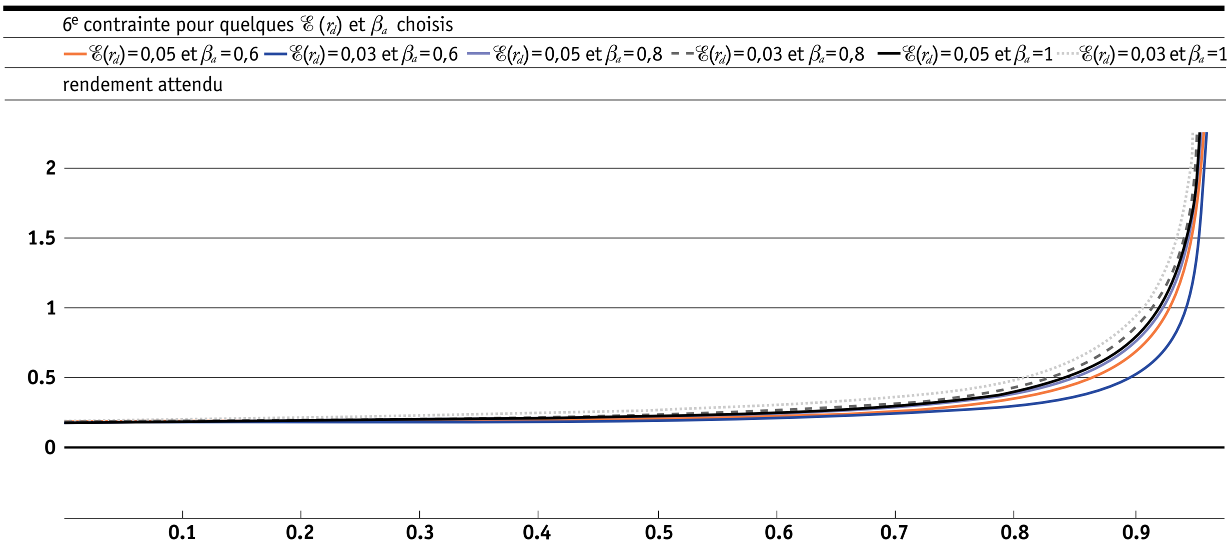
2 D'après la définition (3–1), K_x peut être théoriquement négatif. Cette situation signifierait que, de par la structure de bilan choisie, la banque serait si éloignée de l'insolvabilité et de l'illiquidité que les crédits devraient se transformer d'avoirs en dettes pour que surgissent des problèmes financiers. Une telle situation n'a aucun sens et les simulations subséquentes causeraient des problèmes en raison de limites négatives d'intégration. Dans tous les cas où K_x est négatif de manière purement comptable, il suffit de dire qu'il est nul. Cette assertion implique que la banque n'est pas même en péril dans le pire des cas, c'est-à-dire si elle a dû amortir ses crédits à zéro.

sabilité des actionnaires est limitée, on ne peut exiger qu'ils avancent des fonds supplémentaires.

La 6e contrainte veut que les actions de la banque atteignent au moins l'équilibre du *CAPM* avec un taux d'intérêt sans risque r_0 et un rendement escompté du portefeuille de marché de $\mathcal{E}(r_m) \equiv r_m$. Pour de plus amples détails au sujet de l'origine de cette contrainte, voir l'annexe A.4. La 6e contrainte donne quelque latitude à propos du choix du paramètre. Nous avons choisi 0,1 pour le rendement escompté du marché, c'est-à-dire $\mathcal{E}(r_m) \equiv r_m$, et 0,05 pour le taux d'intérêt du placement sans risque, soit r_0. Selon le choix des deux autres paramètres – le bêta des avoirs (β_a) et le rendement des dépôts attendu par le marché $\mathcal{E}(r_d)$ –, la pente de la contrainte sera plus raide dans le cas où β_a est grand et $\mathcal{E}(r_d)$ est petit et plus faible dans le cas où β_a est petit et $\mathcal{E}(r_d)$ est grand. Le graphique 3.2 présente une série de contraintes s'appliquant à diverses combinaisons de taux d'intérêt des dépôts et de bêtas des actifs.

La courbe inférieure, à ligne continue, représente la contrainte choisie dans les simulations suivantes du scénario de base. Le bêta des avoirs β_a se monte à 0,6 et s'obtient par résolution dans le *CAPM*, en partant d'un rendement de marché de r_m = 0,1, d'un taux d'intérêt sur un placement sans risque de r_0 = 0,05 et d'un taux d'intérêt de crédits bancaires de rk = 0,08. Le rendement sur les dépôts en banque de $\mathcal{E}(r_d)$ escompté par le marché doit être supérieur au taux d'intérêts r_d, payé par la banque qui se chiffre à 0,02 dans le scénario de base, car la banque fournit, outre les intérêts, des prestations implicites telles que l'assurance de liquidité. Un $\mathcal{E}(r_d)$ de 0,05 a donc été choisi, ce qui correspond à un taux d'intérêt sur placement sans risque.

Graphique 3.2



Graphique 3.2: rendement du marché exigé par l'équilibre du *CAPM*; 6e contrainte pour quelques $\mathcal{E}(r_d)$ et β_a choisis

4 Les résultats des simulations

4.1 Comportement du modèle dans le scénario de base

Le modèle se compose des équations 3–4 (fonction de l'objectif avec contraintes), A–1 (fonction des coûts), A–2 (fonction de densité) ainsi que A–3 (fonction de réaction). Un exercice de statique comparative basé sur l'approche analytique amènerait de gros problèmes en raison des doubles intégrales. Nous emploierons donc la méthode de simulation pour estimer les effets des paramètres. Le tableau 4.1 résume les valeurs des paramètres qui résultent du scénario de base. Vous en trouverez la notation à l'annexe B.

Dans notre modèle, la situation (s = 1, ..., 4) de la banque joue un rôle essentiel. La probabilité d'aboutir à une situation déterminée doit donc être décrite en fonction du degré d'endettement. Le graphique 4.1 indique les probabilités correspondantes en partant de l'idée que les déposants sont bien informés (α = 0,99, tableau 4.1). La courbe en ligne continue représente le cas de la banque solvable et liquide (s = 1). Compte tenu du niveau élevé des liquidités (C = 0,3), il ne faut pas s'attendre à une illiquidité jusqu'à un certain degré d'endettement. A partir d'un endettement de quelque 0,6 seulement, la probabilité de s = 1 diminue. Le risque d'illiquidité (s = 2) augmente tout d'abord, suivi par celui d'insolvabilité (s = 4). La probabilité que la banque soit simultanément insolvable et liquide (s = 3) est presque nulle. Dans le scénario de base, les propriétaires ne peuvent donc guère s'approprier de *cash-flow* disponible.

Le graphique 4.2 indique l'évolution du versement prévu d'après la fonction objectif (valeur des fonds propres à la fin de la période), le rendement des fonds propres qui en résulte (versement prévu divisé par les fonds propres investis), le rendement exigé par le marché (6e condition secondaire) et l'écart entre le rendement du marché et celui des fonds propres (excédent de rendement) en fonction du degré d'endettement. Le patrimoine final escompté par les propriétaires diminue quand le degré d'endettement monte. Le rendement des fonds propres escompté dans ces conditions atteint un maximum provisoire de quelque 0,8, descend presque à 0 et remonte à partir d'un degré d'endettement de plus de 0,9. L'excédent de rendement, c'est-à-dire l'écart entre le rendement espéré des fonds propres et celui exigé par le marché n'est pas positif à chaque degré d'endettement.

La solvabilité et la liquidité sont liées l'une à l'autre en raison de la nature particulière du contrat de dépôt. Dans notre modèle, cette relation se noue par la fonction de réaction. Ainsi, l'optimisation de la structure de financement entraîne celle des liquidités. Le graphique 4.3 montre l'excédent de rendement en fonction des crédits K et des dépôts D. La forme représentée reste plate dans de nombreux domaines et l'excédent de rendement est proche de zéro, de sorte que la banque se trouve à proximité de l'équilibre du marché. Des écarts sensibles ne se produisent visiblement qu'à des degrés d'endettement extrêmement élevés. L'excédent maximal de rendement positif sera atteint parallèlement à un fort endettement et des liquidités de 0,5. Par contre, la pire situation est celle où la banque est fortement endettée avec des liquidités et des crédits également très élevés. Dans le premier cas, elle ne génère pas de cash-flow, dans le second, le risque d'illiquidité est extrêmement fort. Il faut souligner par ailleurs que la banque atteint ses maxima locaux le long d'une crête diagonale.

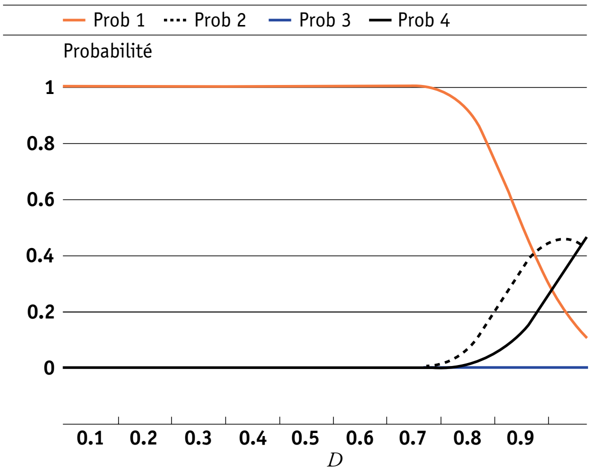
Il convient d'expliquer les solutions qui figurent en marge et dans les coins du graphique et qui coïncident avec un endettement élevé et une liquidité d'environ 0,5. Les rendements élevés, réalisés avec un endettement proche de l'unité, résultent d'une stratégie de *hit and run*.[3] Cette stratégie risquée correspond rarement au cas favorable (s = 1), mais permet d'obtenir un rendement du capital investi extrêmement élevé. Dans les cas défavorables (s = 2, 3, 4), les propriétaires ne peuvent pas perdre davantage que le capital investi. Si le rendement escompté des fonds propres de la banque dépasse celui du marché en raison des risques courus, il faut l'attribuer aussi au fait que le rendement des dépôts $\mathscr{E}(r_d)$ est supposé constant. Les maxima locaux sont donc plus intéressants et mieux supportables – les taux des dépôts étant supposés constants –, car ils se trouvent dans le domaine des solutions le plus sûr, où la confiance règne. Ce domaine se caractérise par une liquidité et une solvabilité suffisantes, de sorte qu'aucun problème financier ne devrait surgir.

3 Contrairement à une stratégie visant à susciter la confiance, une *stratégie de hit and run* se caractérise par le fait qu'un maximum de dépôts est collecté aussi rapidement que possible et que les fonds sont utilisés de manière risquée et sont donc éventuellement perdus. Les *boiler rooms* et le système de la boule de neige ainsi que l'*European Kings Club* correspondent à une telle stratégie.

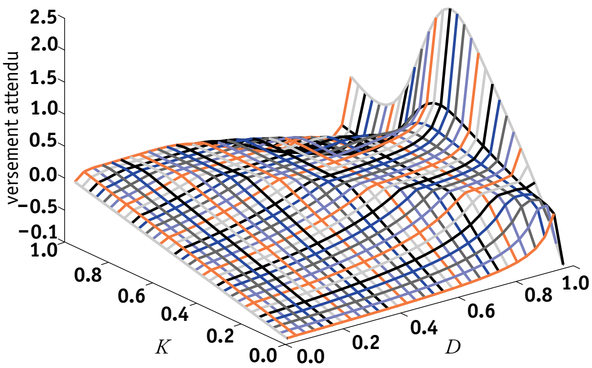
Paramètres du scénario de base Tableau 4.1

r_k = 0,08	r_d = 0,02	r_0 = 0,05	r_m = 0,1
μ_d = 0	μ_k = 0	σ_d = 0,1	σ_k = 0,2
ϱ = 0,01	α = 0,99	K = 0,7	C = 0,3
V = 0,3r_k	β_a = 0,6	$\mathcal{E}(r_d)$ = 0,05	S = 0,2

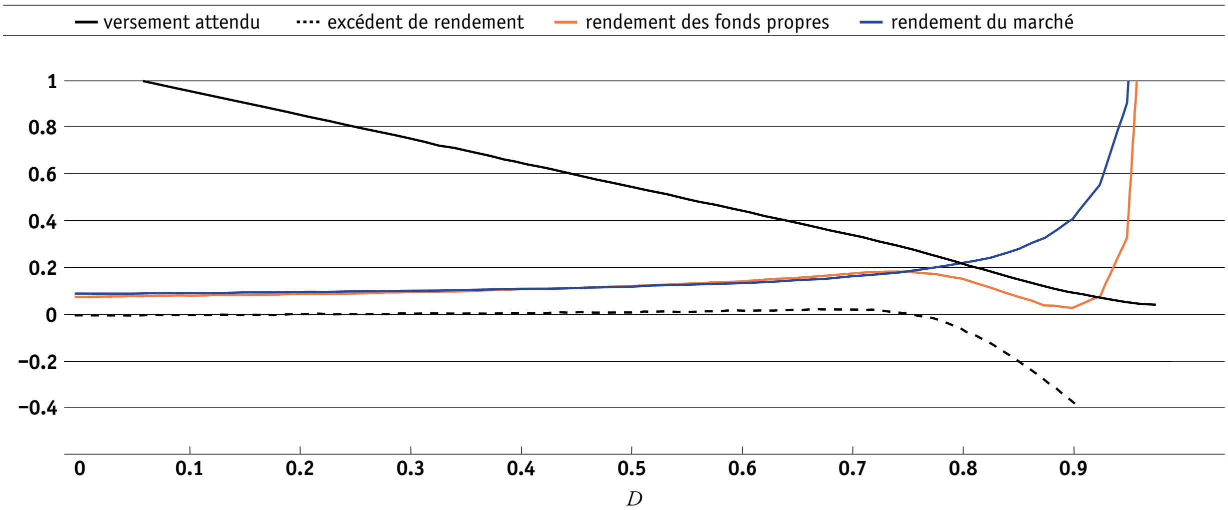
Graphique 4.1



Graphique 4.3



Graphique 4.2



Graphique 4.1: probabilité de situations dans le scénario de base avec α = 0,99
Graphique 4.2: patrimoine final attendu et rendement dans le scénario de base α = 0,99
Graphique 4.3: rendement escompté en relation avec K et D

On doit donc se demander dans quels secteurs la banque atteint un rendement au moins égal à celui du marché. Toutes les combinaisons de D et de K dont l'excédent de rendement est de zéro au moins sont considérées comme faisant partie du domaine des solutions. Dans le graphique 4.4, ce domaine des solutions correspond au scénario de base. Il en ressort que ce domaine se subdivise en deux domaines indépendants: le domaine sûr et le domaine risqué.

4.2 Modification des paramètres

Dans ce chapitre, nous utiliserons d'autres paramètres que ceux du scénario de base. Les graphiques qui indiquent les contours d'une solution nous montrent les effets des changements sur l'endettement optimal et sur les liquidités.

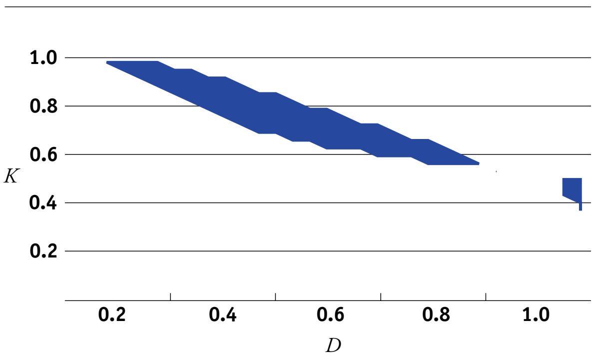
Le paramètre d'information α

Si les déposants ont relativement peu d'informations sur la solvabilité de la banque (α = 0,5), le montant du patrimoine final espéré et le degré d'endettement optimal sont inférieurs à ceux atteints lorsque l'information est complète. Le graphique 4.6 en montre la raison. Si le niveau d'information est limité, la probabilité que des problèmes financiers surgissent monte à partir d'un degré d'endettement encore relativement bas. Des déposants mal informés retirent leurs fonds, même si la solvabilité est intacte, et accroissent ainsi la probabilité d'une illiquidité (s = 2). Si la probabilité d'utiliser le *cash-flow* disponible en cas d'insolvabilité et de liquidité (s = 3) est fonction croissante de l'ignorance des déposants, cette situation ne se produit que si les liquidités sont extrêmement importantes et très éloignées de la situation optimale. Un tel cas, qui se formule par exemple sous la forme de $C = K = 0{,}5$, figure dans le graphique 4.7.

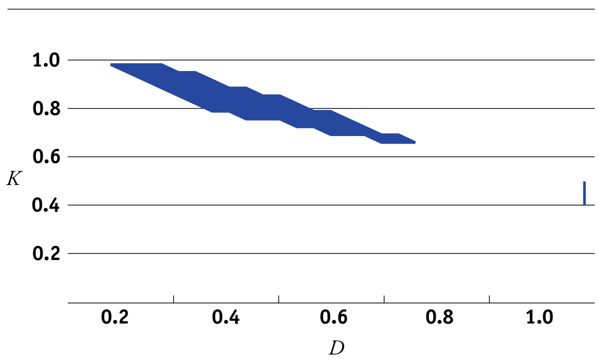
Les paramètres βa et $\mathscr{E}(r_d)$ dans la 6e contrainte

Comme le graphique 3.2 le fait supposer, la sélection des deux paramètres du marché de la 6e contrainte qui peuvent être choisis librement, c'est-à-dire β_a (bêta des avoirs) et $\mathscr{E}(r_d)$ (rendement des dépôts), est critique. Il n'y a pas de solution qui s'applique à toutes les valeurs des paramètres: si l'on choisit $\mathscr{E}(r_d)$ inférieur à 0,2 ou β_a supérieur à 0,8, il n'y a plus de solution dans le scénario de base. Les graphiques 4.8 à 4.11 montrent les secteurs qui entrent en ligne de compte dans le choix de différentes valeurs de β_a et de $\mathscr{E}(r_d)$.

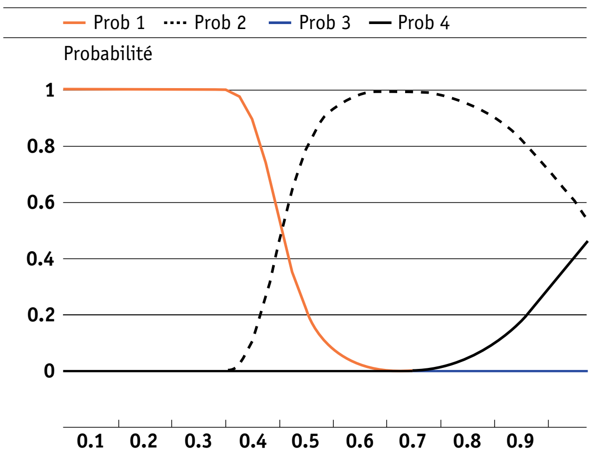
Graphique 4.4



Graphique 4.5

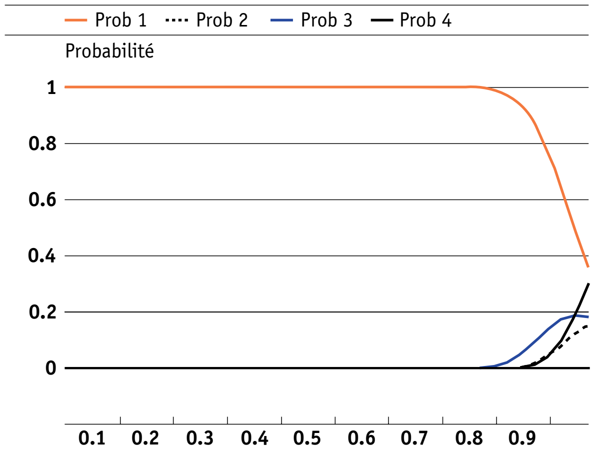


Graphique 4.6

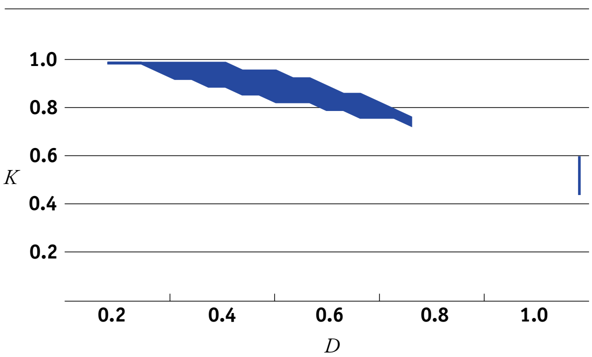


Graphique 4.4: combinaisons admises de K et de D dans le scénario de base
Graphique 4.5: combinaisons admises de K et de D dans le cas où α = 0,5
Graphique 4.6: probabilité des différents états dans le cas où α = 0,5

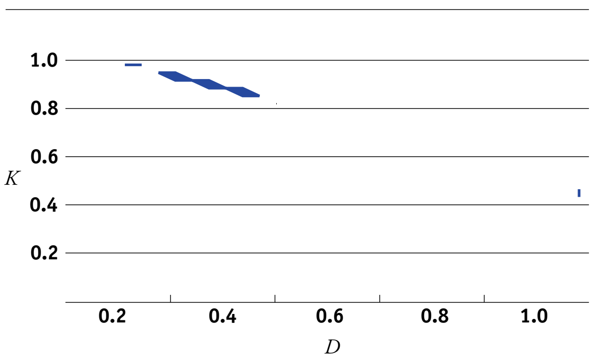
Graphique 4.7



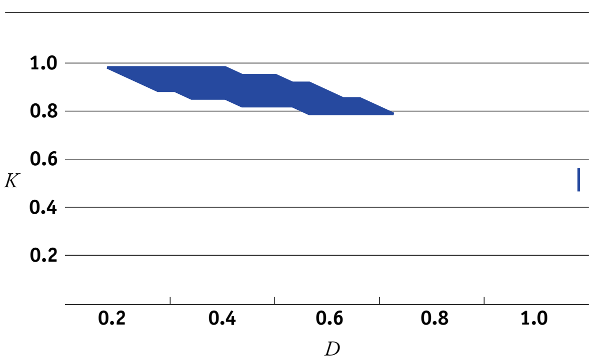
Graphique 4.8 a



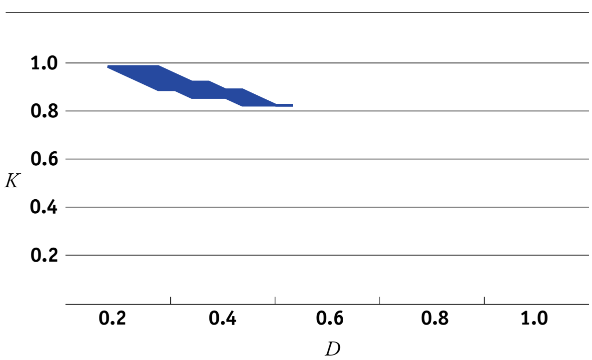
Graphique 4.8 b



Graphique 4.9 a



Graphique 4.9 b



Graphique 4,7: probabilité des différents états dans le cas où $\alpha = 0{,}5$ et où $K = 0{,}5$

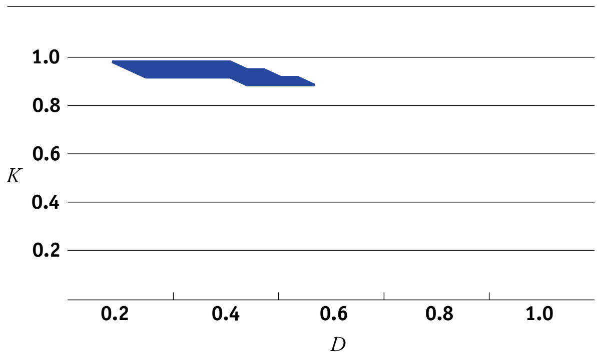
Graphique 4.8: combinaisons de D et de K appartenant au domaine des solutions avec $\beta_a = 0{,}7$ ainsi que $\alpha = 0{,}99$ (à gauche) et $\alpha = 0{,}5$ (à droite)

Graphique 4.9: combinaisons de D et de K appartenant au domaine des solutions avec $\mathcal{E}(r_d) = 0{,}4$ ainsi que $\alpha = 0{,}99$ (à gauche) et $\alpha = 0{,}5$ (à droite)

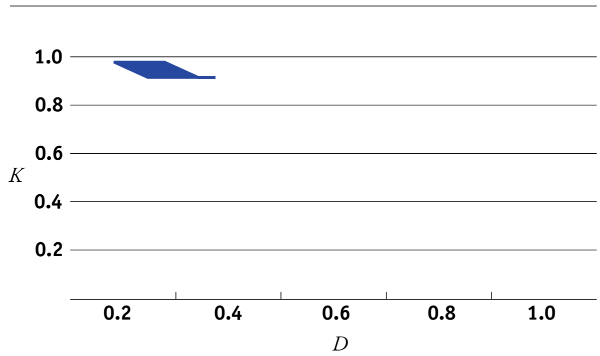
Variation des paramètres de risque σ_k et σ_d

L'accroissement du risque de crédit de σ_k = 0,2 (scénario de base) à σ_k = 0,3 élargit le domaine des solutions possible. Ce résultat est une conséquence de la responsabilité limitée du propriétaire. Même si la valeur des crédits devait diminuer fortement, la perte du propriétaire se limiterait à son capital. D'où le résultat étonnant en soi qu'un excédent de rendement supérieur est réalisé dans le secteur présentant un risque d'accroissement des problèmes financiers. C'est dans ce secteur seulement que la valeur de l'action augmente en tant qu'option.[4] Toutefois, le degré d'endettement optimal est maintenant de un (voir le graphique 4.12).

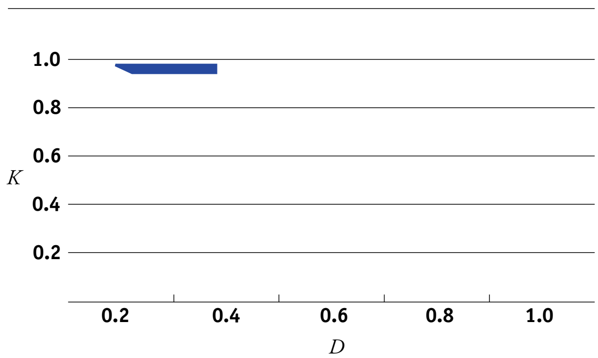
Graphique 4.10 a



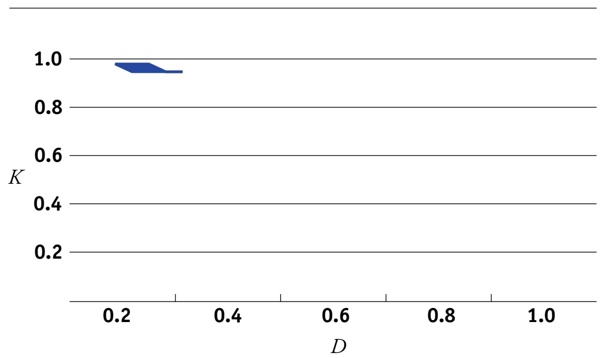
Graphique 4.10 b



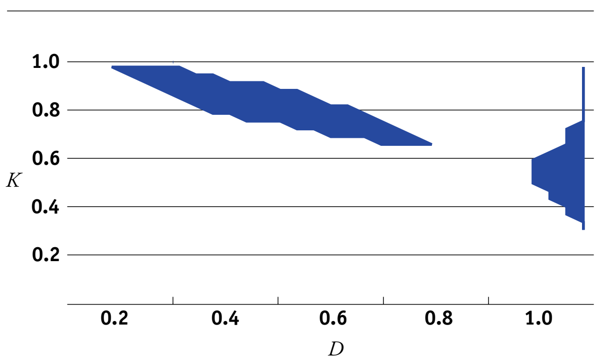
Graphique 4.11 a



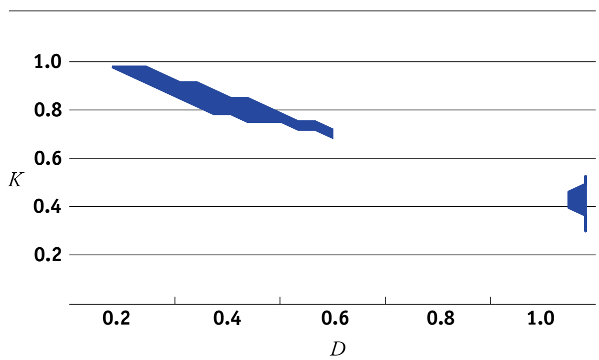
Graphique 4.11 b



Graphique 4.12 a



Graphique 4.12 b



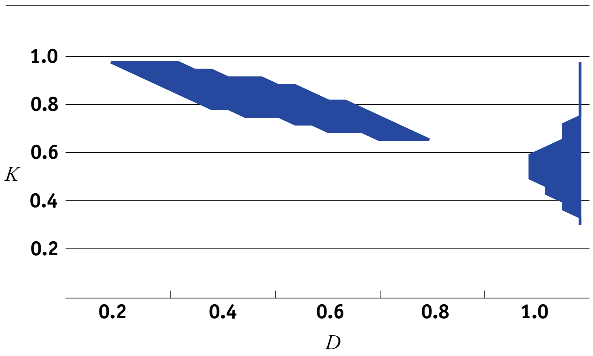
Graphique 4.10: combinaisons de D et de K appartenant au domaine des solutions avec $\mathcal{E}(r_d)$ = 0,3 ainsi que α = 0,99 (à gauche) et α = 0,5 (à droite)

Graphique 4.11: combinaisons de D et de K appartenant au domaine des solutions avec $\mathcal{E}(r_d)$ = 0,2 ainsi que α = 0,99 (à gauche) et α = 0,5 (à droite)

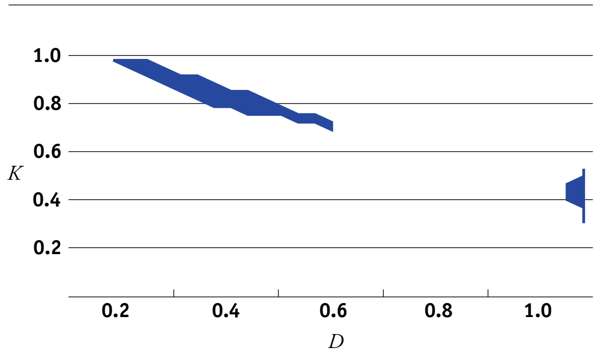
Graphique 4.12: combinaisons de D et de K appartenant au domaine des solutions avec σ_k = 0,3 ainsi que α = 0,99 (à gauche) et α = 0,5 (à droite)

4 En raison de la responsabilité limitée attachée aux actions, celles-ci peuvent être considérées comme des options d'achat sur l'actif de la banque: si cet actif a une valeur positive à l'échéance de la dette, l'option est *in the money* et les actionnaires régleront la dette, conservant ainsi le contrôle de l'entreprise.

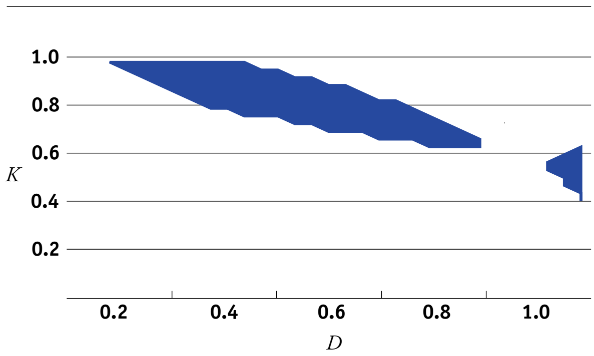
Graphique 4.13 a



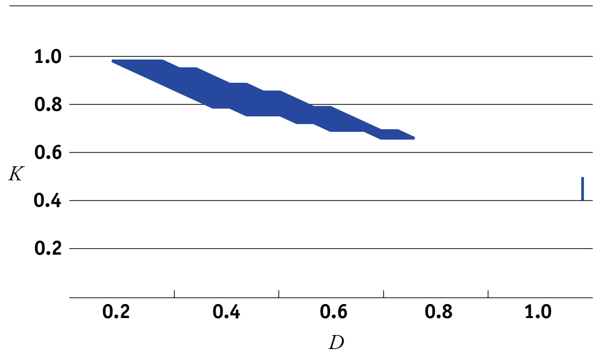
Graphique 4.13 b



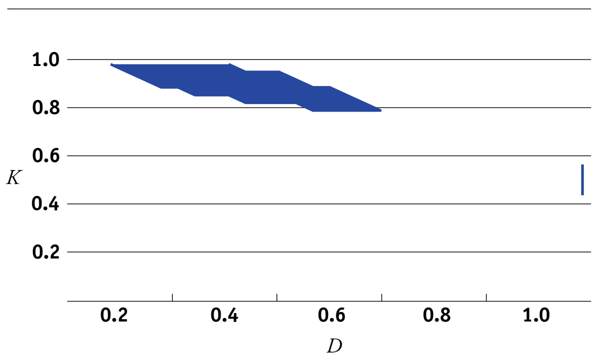
Graphique 4.14 a



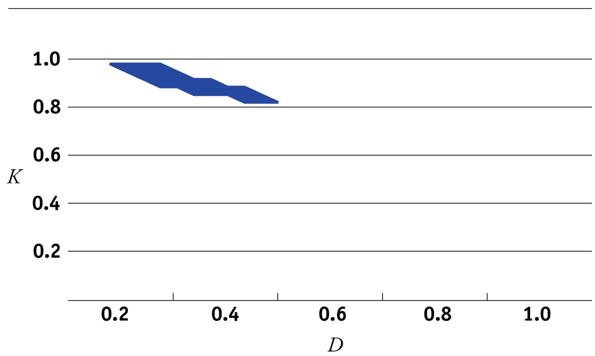
Graphique 4.14 b



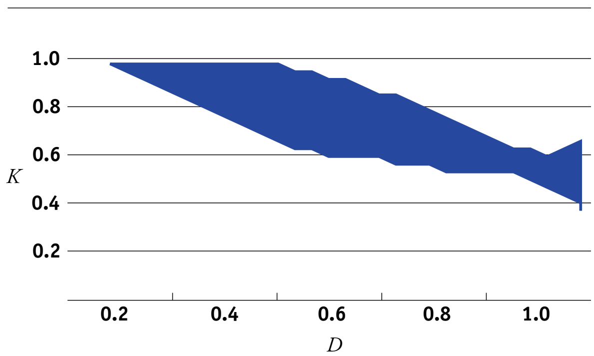
Graphique 4.15 a



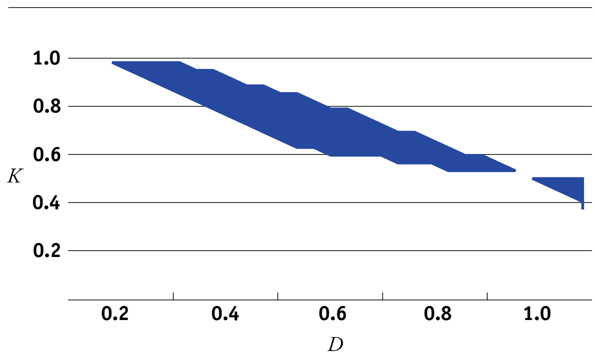
Graphique 4.15 b



Graphique 4.16 a



Graphique 4.16 b



Graphique 4.13: combinaisons admises de D et de K appartenant au domaine des solutions avec σ_d = 0,2 ainsi que α = 0,99 (à gauche) et α = 0,5 (à droite)

Graphique 4.14: combinaisons admises de D et de K appartenant au domaine des solutions avec S = 0,3 ainsi que α = 0,99 (à gauche) et α = 0,5 (à droite)

Graphique 4.15: combinaisons admises de D et de K appartenant au domaine des solutions avec r_d = 0,03 ainsi que α = 0,99 (à gauche) et α = 0,5 (à droite)

Graphique 4.16: combinaisons admises de D et de K appartenant au domaine des solutions avec r_k = 0,09 ainsi que α = 0,99 (à gauche) et α = 0,5 (à droite)

Contrairement à l'accroissement du risque de crédit, l'augmentation des fluctuations des dépôts n'est pas avantageuse pour les actionnaires. Si la variance monte par exemple de σ_d = 0,1 – comme dans le scénario de base – à 0,2, les excédents de rendement baissent de manière généralisée si bien que la domaine des solutions se réduit. L'endettement optimal diminue également (voir le graphique 4.13).

Variation de la pénalité d'illiquidité S

Le modèle bien connu de Poole (1968) démontre qu'une banque ne constitue des réserves que si la pénalité entraîne des coûts atteignant, pour le moins, le double du rendement des placements porteurs d'intérêt. Ce résultat est valable dans l'hypothèse où les flux de liquidité sont distribués normalement et ont une espérance mathématique nulle. Dans notre cas, le rendement des placements porteurs d'intérêt est de r_k et les variations des réserves résultent directement de celles des dépôts.

Dans le scénario de base, S = 0,2 et r_k = 0,08, de sorte que la condition énoncée par Poole est remplie. Cela ne signifie pas pour autant que l'on puisse s'attendre à une détention de liquidités positive dans tous les cas. Dans notre modèle, la variance des crédits détermine la valeur en fonction du degré d'endettement. Comme nous l'avons démontré, les propriétaires considèrent une augmentation de la variance des crédits comme équivalente à l'accroissement du rendement escompté, et il se peut que la banque ne détienne plus de liquidités dans le domaine spéculatif.

Si nous portons le montant de la pénalité à S = 0,3, il en résulte le même domaine des solutions que dans le scénario de base (voir le graphique 4.4). Comment ce résultat à première vue étonnant s'explique-t-il? La raison principale est que les coûts dus à la pénalité n'influent que sur les versements et non sur les probabilités des différents états. Tant que la banque évolue dans le domaine sûr, l'accroissement de la pénalité ne joue donc aucun rôle. On ne constaterait de différences que si la probabilité de devenir solvable et illiquide (s = 2) augmentait. En fait, on peut constater que, dans le domaine de l'endettement élevé, les versements escomptés diminuent lorsque la pénalité augmente. Dans le domaine spéculatif toutefois, le fléchissement est si minime qu'il n'est guère perceptible sur le graphique, car une banque illiquide a de hautes chances d'être insolvable.

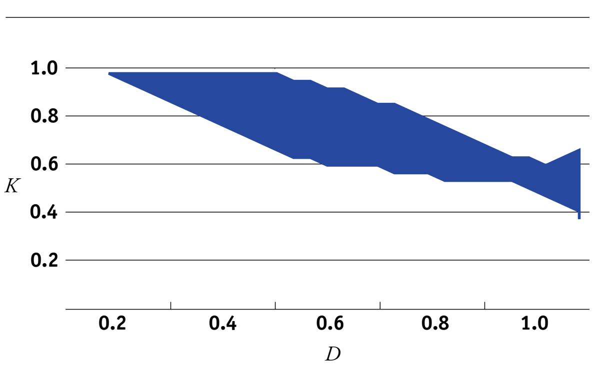
Variation des taux d'intérêt

Si le taux d'intérêt des dépôts r_d passe de 0,02 (hypothèse du scénario de base) à 0,03 par exemple, la propension à s'endetter devrait diminuer. Par rapport au scénario de base, le domaine des solutions ne se réduit pas seulement; il se déplace en s'aplatissant (voir le graphique 4.15).

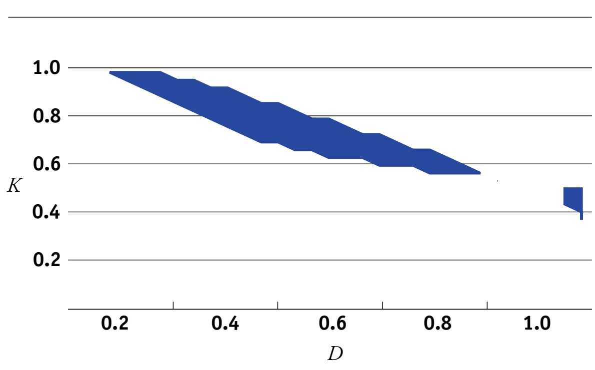
En revanche, une hausse des taux d'intérêt des crédits r_k de 0,08 à 0,09 agrandit le domaine des solutions et accroît l'excédent de rendement escompté à travers tout le domaine (voir le graphique 4.16).

Dans la contrainte (6), le taux d'intérêt sans risque r_0 constitue la valeur de référence pour la mesure du rendement des fonds propres. Lorsque le taux sans risque baisse par exemple de 0,05 à 0,04, le rendement espéré des fonds propres à l'équilibre diminue et le domaine des solutions s'agrandit (cf. Graphique 4.17).

Graphique 4.17 a



Graphique 4.17 b



Graphique 4.17: combinaisons admises de D et de K appartenant au domaine des solutions avec r_0 = 0,03 ainsi que α = 0,99 (à gauche) et α = 0,5 (à droite)

5 Conclusions

Cet article nous a permis de présenter un modèle dans lequel les problèmes de liquidité et de solvabilité ne sont pas indépendants les uns des autres et dans lequel la banque optimise simultanément la structure de son actif et de son passif. Pour illustrer les propriétés du modèle, nous avons effectué une série de simulations dont les résultats peuvent se résumer ainsi:

1. dans des conditions données, une banque ne peut pas exercer ses activités avec les mêmes chances de succès quel que soit son ratio de fonds propres; le rendement de ses fonds propres évolue, sous l'effet de son degré d'endettement, différemment du rendement escompté à l'équilibre dans le cadre du *CAPM*;

2. en général, il y a deux domaines de solutions indépendants pour les combinaisons de D et de K, dans lesquels la banque peut atteindre au moins le rendement escompté du marché: un domaine sûr (un maximum local), dans lequel la probabilité que surgissent des problèmes financiers est nulle ou très faible, et un domaine spéculatif dans lequel la banque a un degré d'endettement élevé, souvent supérieur à 95%, de sorte que son risque d'illiquidité et d'insolvabilité est important;

3. dans le domaine sûr, l'hyperplan représentant l'espérance de l'excédent de rendement est très plat et la banque peut atteindre un excédent déterminé juste au-dessous du maximum local par différentes combinaisons de D et de K; dans une certaine mesure, l'endettement et les liquidités peuvent donc se substituer les uns aux autres; ce résultat s'explique par le fait que la solvabilité et la liquidité déterminent toutes deux la valeur et qu'elles sont interdépendantes; le taux limite de substitution des crédits porteurs d'intérêt et des dépôts bon marché dépend des paramètres; la possibilité de substitution se manifeste notamment par le fait qu'une diminution de l'endettement optimal coïncide avec une augmentation des crédits ou une diminution des liquidités dans la plupart des cas;

4. le versement escompté et l'excédent de rendement augmentent parallèlement au degré d'information des déposants; en même temps, le degré optimal d'endettement monte; selon le degré d'information des déposants, l'impact des variations des paramètres est plus ou moins important; les coûts de l'illiquidité notamment exercent leurs effets d'autant plus que les déposants sont mal informés;

5. une augmentation du risque de crédit élargit le domaine des solutions en élevant l'excédent de rendement partout où des problèmes financiers menacent la banque; ce résultat découle de la responsabilité limitée attachée aux fonds propres: alors que les variations de la valeur des crédits sont illimitées vers le haut, c'est-à-dire en faveur des propriétaires, la perte éventuelle est limitée à zéro, ce qui accroît la propension à s'endetter; toutefois, l'optimum n'est pas modifié dans le domaine sûr;

6. de fortes variations des dépôts sont néfastes pour les propriétaires; l'excédent de rendement est faible dans tous les secteurs; l'endettement optimal diminue;

7. une forte pénalité pour cause d'illiquidité n'exerce guère d'effets mesurables sur les domaines des solutions et sur l'optimum; dans les domaines que la banque ne choisirait en aucun cas, cette pénalité réduit le rendement et le degré d'endettement optimal;

8. une hausse du taux appliqué aux dépôts restreint le rendement et la propension à s'endetter;

9. une hausse des taux appliqués aux crédits relève l'excédent de rendement escompté et le degré d'endettement optimal;

10. une hausse du taux appliqué aux placements sans risque fait augmenter le rendement escompté et accroît la propension à s'endetter.

Comme nous l'avons constaté au début de cet article, le ratio de fonds propres des banques a baissé fortement dans tous les pays au fil des ans et est inférieur à celui des autres branches à l'heure actuelle. Dans la terminologie du modèle, les ratios de fonds propres actuels, qui se montent en général seulement à quelques pour-cents, se situent dans le domaine spéculatif (solution en coin). Le modèle que nous avons présenté incite à formuler l'interprétation suivante de cette évolution: les banques ont débuté dans le domaine sûr, où règne la confiance, avec des ratios de fonds propres élevés; ce n'est qu'après avoir acquis un certain capital de confiance qu'elles ont pu réduire lentement leur ratio de fonds propres. L'entrée en vigueur des législations bancaires (en Suisse, la loi fédérale sur les banques et caisses d'épargne de 1934) a instauré une surveillance des banques par l'Etat, a raffermi la confiance des déposants et amélioré leur niveau d'information (augmentation de α). De nombreux pays ont en outre introduit une assurance des dépôts ou d'autres formes de garanties étatiques. Ces facteurs, combinés au rôle de la banque centrale comme prêteur de dernier ressort, expliquent la rareté des faillites bancaires en dépit des faibles ratios de fonds propres des banques.

Annexe A: spécifications du modèle

Le modèle comprend une seule période. Les dépôts sont néanmoins traités comme s'il y avait deux périodes: la période du modèle proprement dite, pendant laquelle la banque travaille, et la période infinitésimale de réaction au cours de laquelle les déposants réagissent à la solvabilité de la banque.

A.1 . La fonction de coûts

L'utilisation d'une fonction de coûts s'impose avant tout en raison de l'hypothèse selon laquelle les dépôts constituent un facteur de production dans l'assurance de liquidité; les coûts des prestations de services liées aux dépôts compensent le fait que la rémunération explicite des dépôts est inférieure à celle prévalant sur les marchés financiers pour un placement de même risque. Si l'on considère les prix des facteurs comme exogènes et constants, on peut établir une fonction implicite des coûts dans laquelle les coûts de production sont fonction de différentes positions du bilan. Les liquidités, les crédits et les dépôts sont considérés comme des outputs et, partant, comme des facteurs (indirects) de coûts. $\varphi(K, D, C)$ implique $\delta\varphi/\delta K > \delta\varphi/\delta D > \delta\varphi/\delta C > 0$ pour $K = D = C$. La normalisation à l'unité du total du bilan nous permet de considérer les liquidités comme valeur résiduelle.

$$\varphi(K, D, C) = \delta + \varkappa \operatorname{arctanh}\left\{\theta_1\left[\beta_1 K^m + \beta_2 D^m + \beta_3 C^m\right]^{\frac{1}{m}} + \theta_2\right\} \tag{A–1}$$

où: $0 < \beta_i\ (\forall_i)$; $0 < m$.

La fonction arctanh que nous proposons dans l'équation (A–1) est la plus simple permettant de prendre en compte des rendements d'échelle croissants et décroissants. Pour distinguer ces deux cas, la fonction qui va de −1 à +1 doit passer du secteur −1 (rendements d'échelle croissants) au secteur 0 et +1 (rendements d'échelle décroissants), ce qui s'effectue par le choix approprié de θ_1 et de θ_2. Dans le cas de la concurrence parfaite cependant, seuls des rendements d'échelle décroissants ont un sens; c'est pourquoi nous envisageons uniquement ce cas dans les simulations. De plus, le choix approprié de θ_1 et de θ_2 conjointement à $0 < \varepsilon \leqq 1$ garantit que les coûts ne montent pas à l'infini. Le paramètre δ permet de déplacer la fonction verticalement afin d'obtenir pour un output de zéro des coûts de zéro également: $\varphi(0, 0, 0) = 0$. Il résulte dans ces conditions que

$$\theta_i = \frac{1 - \varepsilon}{\left[\beta_1 + \beta_2 + \beta_3\right]^{\frac{1}{m}}},\ \theta_2 = 0,\ \delta = 0$$

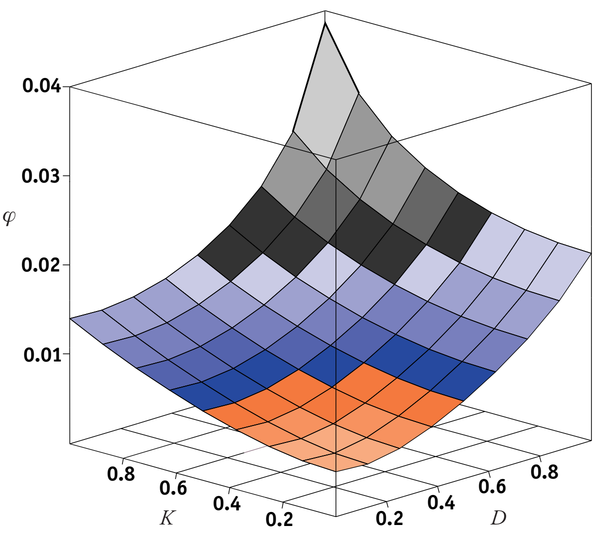
Le paramètre $\varkappa$ étend la fonction.

Paramètres de la fonction des coûts Tableau A.1

$\beta_1 = 1$	$\beta_2 = 0{,}5$	$\beta_3 = 0{,}1$
$m = 2$	$\varkappa = 0{,}02$	$\varepsilon = 0{,}01$

En appliquant les paramètres du tableau A.1, on obtient la fonction des coûts qui figure dans le graphique A.1. On observera que dans le cas où $D = K = 0$, les coûts de ne sont pas nuls mais se chiffrent à 0,008, car ici $C = 1 - K = 1$.

Graphique A.1



Graphique A.1: fonction des coûts φ en D et K

A.2 Le risque des opérations bancaires – La répartition des crédits et des dépôts

On fait l'hypothèse que le montant des dépôts et des crédits à la fin de la période correspond à une fonction commune de densité des probabilités: $f(\hat{D}, K^*)$, où $\hat{D}$ est la valeur intermédiaire des dépôts avant que les déposants réagissent à la solvabilité de la banque à la fin de la période.

La fonction de densité f est importante pour la banque. Elle devrait avoir deux propriétés: premièrement, ni les crédits ni les dépôts ne devraient devenir négatifs et, deuxièmement, les valeurs finales ($\hat{D}$, K^*) doivent dépendre de celles que le management a choisies au début de la période (D, K). Une fonction qui correspond à ces conditions est la fonction bivalente log-normale de densité des probabilités:

(A–2)

$$f(\hat{D}, K^*) = \left[\frac{\hat{D}}{D}\frac{K^*}{K}\sigma_d\sigma_k\right]^{-1} g\left(\frac{\ln\left(\frac{\hat{D}}{D}\right) - \mu_d}{\sigma_d}, \frac{\ln\left(\frac{K^*}{K}\right) - \mu_k}{\sigma_k}; \varrho\right)$$

$$\text{où } g\,(x, y, \varrho) = \left[2\pi\sqrt{1-\varrho^2}\right]^{-1} \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{x^2 - 2\varrho xy + y^2}{1-\varrho^2}\right)$$

Le coefficient de corrélation des crédits et des dépôts est compris entre moins un et plus un ($-1 \leqq \varrho < 1$). En effet, on peut imaginer que les crédits et les dépôts réagissent de concert à des influences externes macroéconomiques; dans ce cas, l'hypothèse d'absence de corrélation entre des variations des crédits et celle des dépôts ne serait pas plausible. Lors d'une récession, par exemple, le nombre des crédits douteux peut augmenter – et la valeur de ces derniers diminuer – alors que les consommateurs augmentent leur épargne en raison d'une dégradation de leurs perspectives économiques; dans ce cas les crédits et les dépôts peuvent être corrélés négativement.

La fonction de densité transformée à l'aide de la fonction de réaction (réaction des déposants, cf. A.3.) a la teneur suivante dans la notation de la fonction initiale de densité $f(\cdot,\cdot)$:

$$f(D^*, K^*) = \begin{cases} \left\langle 2f(2D^*, K^*), \text{ si } \alpha = 0, \right\rangle \\ \left\langle \dfrac{1}{\hbar(K^*)} f\left(\dfrac{D^*}{\hbar(K^*)}, K^*\right), \text{si } 0 < \alpha < 1, \right\rangle \\ \Big\langle \delta(D^*)[1 - \mathscr{H}(K^* - K_x)] \displaystyle\int_{\hat{D}=0}^{\hat{D}=\infty} f(\hat{D}, K^*)\, d\hat{D} \\ -\delta(D^*)\,\delta(K^* - K_x) \ldots \\ \qquad \ldots \displaystyle\int_{k^*=0}^{k^*=K^*} \int_{\hat{D}=0}^{\hat{D}=\infty} f(\hat{D}, k^*)\, d\hat{D}\, dk^* \\ +\delta(D^*)\delta(K^* - K_x) \displaystyle\int_{k^*=0}^{k^*=K_x} \int_{\hat{D}=0}^{\hat{D}=\infty} f(\hat{D}, k^*)\, d\hat{D}\, dk^* \\ +f(D^*, K^*)\mathscr{H}(K^* - K_x) \rangle \\ +\delta(K^* - K_x) \displaystyle\int_{k^*=K_x}^{k^*=K^*} f(\hat{D}, k^*)\, dk^* \text{ si } \alpha = 1. \Big\rangle \end{cases}$$

$\delta(\cdot)$ désigne la fonction Dirac Delta et $\mathscr{H}(\cdot)$ la *Heaviside unit step function*. La dérivation de cette fonction de densité se trouve dans Büttler (1996).

A.3 La fonction de réaction des déposants

La décision des déposants de conserver leur dépôt ou de retirer leurs fonds est instantanée et a donc lieu à la fin de la période du modèle. La fonction de réaction est spécifiée de la manière suivante:

$$D^* = \hat{D}\,\hbar(K^*), \text{ avec } \hbar(K^*) \equiv \left[1 - \frac{1}{1 + (K^*/K_x)^{\beta}}\right] \quad \text{(A–3)}$$
$$\text{et } \beta \equiv \operatorname{arctanh}(\alpha)$$

Pour se représenter le rôle de la fonction de réaction des déposants, il faut être conscient que la probabilité de l'insolvabilité reste constante avant la réaction et après celle-ci, à la fin de la période. Par contre, la fonction de réaction modifie la probabilité d'illiquidité.

La fonction $\hbar(K^*)$ présente la propriété intéressante de passer sans discontinuité, par l'intermédiaire d'un cours logistique, d'une droite horizontale à une fonction graduelle pour les valeurs $0 \leqq \alpha \leqq 1$ et de pouvoir donc englober toutes les réactions possibles des déposants. Cependant, la variation de la courbe de cette fonction n'est pas proportionnelle au paramètre α, ce qui aboutirait justement à α = 0,5 sur la courbe symétrique du graphique 3.1. Cette évolution logistique ne s'esquisse que près de l'unité. L'évolution de la fonction de réaction pour différents alphas figure sur les graphiques A.2a à A.2d. Pour de valeurs qui ne sont que légèrement inférieures à un, des retraits sont effectues si la valeur des crédits à la fin de la période (dans le graphique, K_s pour K^*) est proche de la valeur critique de K_x.

A.4 Origine de la 6e contrainte dans l'équation 3–4

Lorsqu'il existe un équilibre de *CAPM* avec un taux d'intérêt sans risque de r_0 et un rendement escompté du portefeuille de marché de $\mathscr{E}(r_m) \equiv r_m$, on obtient pour le rendement escompté de l'actif de la banque $\mathscr{E}(r_a) \equiv r_a$:

$$r_a = r_0 + \beta_a(r_m - r_0) \quad \text{(A–4)}$$

La banque se trouve dans un marché concurrentiel de sorte que le rendement attendu par les clients $\mathscr{E}(r_d) \equiv r_d$ sur leurs dépôts est une variable exogène. (prestation d'assurance comprise). Cette indépendance par rapport au degré d'endettement vient du fait que l'on considère la banque comme une assurance de liquidité (cf. chapitre 2); dans cette perspective le dépôt bancaire a plutôt le caractère d'une prestation de service que celui d'un investissement.[5] Pour le rendement escompté des fonds propres $\mathscr{E}(r_e) \equiv r_e$ on a

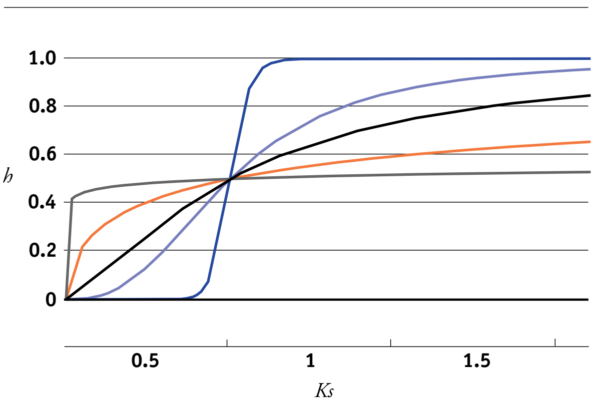
$$r_e = r_a + (r_a - r_d)\frac{D}{E} \quad \text{(A–5)}$$

5 En principe, cette perspective suggère plutôt l'utilisation d'une fonction d'utilité que d'un rendement. Une telle approche a été adoptée par Büttler (1996) .Nous y renonçons cependant pour des raisons de simplification. Les prédictions principales du modèle n'en sont pas affectées.

En insérant A–4 en A–5, on obtient le rendement escompté des fonds propres sur la base du rendement escompté de l'actif, du bêta de l'actif, du rendement des dépôts et du degré d'endettement:

$$r_e \geqq r_0+\beta_a(r_m-r_0)+(r_0+\beta_a(r_m-r_0)-\mathcal{E}(r_d))\frac{D}{E} \qquad \text{(A–6)}$$

Graphique A.2



Graphique A.2: fonction de réaction h pour $\alpha = 1 - 10^{-15}$ (bleu), 0,99 (bleu clair), 0,9 (noir), 0,5 (rouge) et 0,1 (gris) et pour la valeur critique des crédits K_x = 0,5; $Ks = K^*$

Annexe B: notation

Caractères latins

A	versements
C	liquidités (encaisse)
D	dépôts
D^*	dépôts à la fin de la période du modèle, après la réaction des déposants
$\hat{D}$	état intermédiaire des dépôts
E	fonds propres
e	ratio de fonds propres
K	crédits
K_x	valeur critique des crédits
K^*	valeur des crédits à la fin de la période
r_0	taux d'intérêt des placements sans risque
r_d	taux d'intérêt des dépôts
r_e	rendement des fonds propres
r_k	rendement des crédits
r_m	rendement du marché
S	pénalité pour illiquidité
V_v	valeur de confiance

Caractères grecs

α	niveau d'information des déposants
β_a	bêta de l'actif
β_i	pondérations de la fonction des coûts $\varphi(\cdot,\cdot,\cdot)$, i = 1,...3. Les pondérations déterminent les coûts marginaux des produits.
$\delta(\cdot)$	fonction Dirac-Delta
ε	paramètre de la fonction des coûts $\varphi(\cdot,\cdot,\cdot)$
$\varkappa$	paramètre d'extension de la fonction des coûts
μ_d	valeur moyenne du logarithme du taux de variation des dépôts ln$(\hat{D}/D)$. Soit le mouvement géométrique brownien d$\hat{D}/\hat{D}$ = $\hat{\mu}_d$ dt + σ_d dz, dans lequel t désigne le temps et z le processus de Wiener. La stabilité (aucune croissance) signifie que $\hat{\mu}_d = 0$ et que $\mu_d \equiv \hat{\mu}_d - \sigma_d^2/2 = -\sigma_d^2/2$

μ_k	valeur moyenne du logarithme du taux de variation des crédits, ln(K^*/K). Soit le mouvement géométrique brownien dK^*/K^* = $\hat{\mu}_k$ dt + σ_k dζ, dans lequel t désigne le temps et ζ le processus de Wiener. La stabilité (aucune croissance) signifie que $\hat{\mu}_k$ = 0 und $\hat{\mu}_k \equiv \hat{\mu}_k$ $-\sigma_k^2/2 = -\sigma_k^2/2$. z et ζ, les deux processus de Wiener, ont une corrélation égale à ϱ.
π	profit
$\varphi(\cdot, \cdot, \cdot)$	fonction de coûts
ϱ	coefficient de corrélation entre la variation des dépôts et celle des crédits
σ_d	variance du taux de variation des dépôts
σ_k	variance du taux de variation des crédits
π	profit
θ_i	paramètres de la fonction des coûts $\varphi(\cdot, \cdot, \cdot)$, i = 1,2

Autres signes

$\mathcal{E}$	opérateur d'espérance mathématique
$g(\cdot, \cdot, \cdot)$	fonction auxiliaire de la fonction de densité bivalente log-normale
$h(\cdot)$	fonction de réaction des déposants après leur jugement de la solvabilité
$\mathcal{H}(\cdot)$	*Heaviside unit step function*
$\mathcal{N}(\cdot)$	distribution normale

Bibliographie

Baltensperger, Ernst und Hellmuth Milde. 1987. Theorie des Bankverhaltens. Berlin und Heidelberg: Springer Verlag.

Bodmer, D. und B. Kleiner und B. Lutz. 1993. Kommentar zum Bundesgesetz über die Banken und Sparkassen. Stand: 6. Nachlieferung 1993, Zürich.

Brealey, Richard A. und Stewart C. Myers. 1988. Principles of Corporate Finance. McGraw-Hill. 3rd ed...

Büttler, Hans-Jürg. 1996. The Optimal Capital Structure of a Liquidity-insuring Bank. Arbeitspapier der Schweizerischen Nationalbank.

Diamond, Douglas W. und Philip H. Dybvig. 1983. Bank Runs, Deposit Insurance, and Liquidity. Journal of Political Economy: 401–419.

Gorton, Gary und George Pennacchi. 1990. Financial Intermediaries and Liquidity Creation. The Journal of Finance 45: 49–71.

Haubrich, Joseph, G. und Robert King. 1990. Banking and Insurance. Journal of Monetary Economics 26: 361–386.

James, Christopher. 1991. The Losses Realized in Bank Failures. The Journal of Finance. XLVI (9): 1223–1242.

Kaufman, George G. 1991. Capital in Banking: Past, Present and Future. Journal of Finanial Services Research 5: 385–402.

Modigliani, Franco und H. Miller Merton. 1958. The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment. The American Economic Review June: 261–97.

Neukomm, Hans. 1992. Soll eine zahlungsunfähige Bank liquidiert werden? Quartalsheft der Schweizerischen Nationalbank 2: 180–194.

Neukomm, Hans. 1998. Die optimale Eigenmittelhaltung einer Bank. Dissertation, Universität Zürich.

Niehans, Jürg. 1978. The Theory of Money. Baltimore: The Johns Hopkins University Press.